

“Кошмарные мысли” о первой контрольной

(состоится 18 октября)

Задача 1. Продифференцируйте функцию $f : x \mapsto \frac{x^{\log x}}{\cos(\sqrt{x+1})}$.

Задача 2. Пусть $x_k, k \geq 0$ – неотрицательные числа, причем $x_1 x_2 \dots x_n = 1$. Докажите, что

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq n.$$

Задача 3. Докажите неравенство:

$$\tan x \geq x + \frac{x^3}{3}, \quad x \in (0, \pi/2).$$

Задача 4. Вычислите предел и найдите $N(\varepsilon)$ по ε :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2n + n \log(e^n + 1)}{n^2 - n}.$$

Задача 5. Найдите асимптотическое разложение функции $\sin x - \log(1 + x - x^2/2)$ в ряд по целым неотрицательным степеням x при $x \rightarrow 0$ до члена $O(x^6)$.

Задача 6. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\sqrt{x^2 + \sqrt{x^4 + 1}} - x\sqrt{2} \right)$.