

## Задачи по анализу, листок 18

Срок сдачи: 6 декабря

Основные задачи (2 балла каждая)

- 1) Опишите подпространства  $E \subset L^2(\mathbb{T})$  со свойством  $zE = E$ .
- 2) Постройте функцию  $f \in L^\infty(\mathbb{T})$  такую, что  $\text{clos}_{L^2(\mathbb{T})}(fP) \neq f \text{clos}_{L^2(\mathbb{T})} P$ , где  $P$  – множество многочленов от  $z$ .
- 3) Постройте подпространство  $E$  пространства  $L^1(0, +\infty)$ , такое, что не существует подпространства  $F \subset L^1(0, +\infty)$  со свойством  $E \cap F = \{0\}$ ,  $E + F = L^1(0, +\infty)$ .

Дополнительная задача (6 баллов)

- 4) Докажите, что существует константа  $\varepsilon > 0$  такая, что для любой целой функции  $f$  экспоненциального типа не выше  $\pi$  имеет место неравенство

$$\sum_{n=-N}^N |f(\lambda_n)|^2 \leq 100 \int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 dx$$

для любого конечного набора точек  $\lambda_n$  со свойством  $|\lambda_n - n| < \varepsilon$ .