

## Домашнее задание по анализу №2

Срок сдачи: 3 декабря не позднее 13:35 положить в ячейку

Пространством Бергмана  $A_2(\mathbb{D})$  в единичном круге  $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$  называется гильбертово пространство аналитических в  $\mathbb{D}$  функций со скалярным произведением

$$(f, g) = \int_{\mathbb{D}} f(z) \overline{g(z)} dm_2(z),$$

где  $m_2$  обозначает плоскую меру Лебега на  $\mathbb{D}$ .

**Задача.** Пусть  $\varphi \in C[0, 1]$  – вещественная функция. Докажите, что оператор

$$T : f \mapsto \int_0^1 f(rz) \varphi(r) dr, \quad f \in A_2(\mathbb{D}),$$

корректно определен, компактен, и самосопряжен (2 балла). Найдите собственные значения и спектр этого оператора (дополнительные 2 балла).