УТВЕРЖДАЮ

Зам. проректора по науке
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»
Доктор физ.-мат. наук, профессор
А. О. ИВАНОВ

« 29 » марта 2019 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации А. В. Гаврикова
«Оптимальные реконструкции ориентированных графов»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

Представленное соискателем исследование относится к теории графов, являющейся магистральным направлением дискретной математики. Более точно, работу можно отнести к комбинаторному анализу графов и к алгоритмам на графах; эти два связанных направления играют в диссертации примерно одинаковую роль. Тематикой работы являются оптимальные преобразования графов в графы с заданными свойствами. Эта тематика представляет несомненный математический интерес. Кроме того, возможен выход исследований и на практические задачи: преобразования в эйлеровы графы связаны с раскроем и резкой листового металла, а расширения графов — с построением отказоустойчивых сетей. Таким образом, исследование А. В. Гаврикова проведено на актуальную тему, соответствующую паспорту специальности 01.01.09.

Диссертация состоит из введения и двух глав, первая из которых посвящена эйлеровым реконструкциям орграфов, а вторая — Т-неприводимым расширениям орграфов.

В первой главе рассматриваются три родственных задачи о нахождении для заданного орграфа ближайшего в некотором смысле эйлерова орграфа. Более точно, в первой задаче ищется эйлеров орграф, который можно получить из исходного минимальным количеством переориентаций дуг, во второй — эйлеров орграф, который можно получить из исходного добавлением минимального количества дуг, а в третьей — орграф, в котором все компоненты связности эйлеровы, и который можно получить из исходного удалением минимального количества дуг. Первые две задачи очень естественны, третья, по-видимому, добавлена потому, что может быть решена аналогично. Для всех задач автором приведены полиномиальные по времени алгоритмы их решения; ключевым во всех случаях является сведение к одному из вариантов задачи о максимальном потоке, а именно, к задаче о максимальном потоке минимальной стоимости.

Во второй главе для орграфов рассматриваются расширения специального вида. Орграф H является расширением n-вершинного орграфа G, если для любых n вершин графа H в нем существует подграф на этих вершинах, изоморфный G. Очевидно, что орграф, полученный из G добавлением одной вершины, смежной со всеми вершинами G в обоих направлениях, является (тривиальным) расширением G. Расширения, рассматриваемые в диссертации, являются минимальными в теоретико-множественном смысле среди всех подграфов тривиального расширения; автор использует для них аббревиатуру ТНР. Результатами второй главы являются конструкции ТНР для широкого спектра «простых» орграфов, а именно, ориентированных цепей, объединений ориентированных цепей, ориентаций звезд, ориентаций циклов, а также ориентированных деревьев, у которых единственной ветвящейся вершиной является корень.

В целом, результатам можно дать высокую оценку. Они новы, нетривиальны и существенно расширяют имеющиеся знания по рассмотренным направлениям. В то же время, к изложению результатов в диссертации можно высказать ряд серьезных замечаний, приведенных ниже. Доказательства изложены достаточно подробно, чтобы можно было убедиться в достоверности результатов. Результаты диссертации своевременно опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК, и доложены автором на научных семинарах и конференциях. Эти результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях по комбинаторной теории графов, проводимых в Математическом институте РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института РАН, Санкт-Петербургском и Новосибирском, Саратовском, Томском государственных университетах, Уральском федеральном университете.

Автореферат адекватно отражает содержание диссертации.

Замечания.

1. Начала всех трех параграфов главы 1 написаны по одной схеме и одинаково плохо. Конкретизируем это на примере параграфа 1.

Формулировка теоремы 1.2 («Дуги в «расширенной» ППП возможно интерпретировать как множество дуг δ, насыщенных максимальным потоком...») не является математическим утверждением, и лишь из доказательства можно понять, о каких объектах идет речь и какие кванторы следует расставить. К сожалению, автор не уделил внимания строгим определениям, что делает чтение некомфортным и приводит к теоремам, сформулированным на уровне «размахивания руками». На наш взгляд, ввести участвующие объекты и сформулировать теорему можно было следующим образом:

- *переориентацией ребра* называется преобразование орграфа G, заменяющее в нем некоторую дугу (u, v) на дугу (v, u);
- *эйлеровой реконструкцией* орграфа G методом переориентации дуг (далее в этом параграфе просто «реконструкцией») называется множество S дуг такое, что граф, полученный из G переориентацией всех дуг множества S, является эйлеровым;
- одним из методов построения реконструкции является *переориентирование по путям* (ППП), (...описание метода...); нам будет удобно относить аббревиатуру ППП и к реконструкциям, полученным этим методом;
- *сетью реконструкции* орграфа $G = (V, \alpha)$ назовем транспортную сеть $N(G) = (V', \beta)$, построенную по орграфу G следующим образом (...описание добавления «фиктивных» вершин и ребер, расстановки весов...); понятие «расширенной реконструкции ППП» при этом можно убрать, его математический смысл все равно не ясен;
- теорема 1.2: *Для любой ППП-реконструкции S орграфа G в сети $N(G)$ существует*