

**Отзыв**  
**официального оппонента**  
**на диссертацию Д.В. Грибанова**  
**“Исследование задач целочисленной линейной оптимизации**  
**с ограниченным спектром миноров”**,  
**представленную к защите на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук по специальности**  
**01.01.09 — дискретная математика и математическая**  
**кибернетика**

Диссертационная работа Д.В. Грибанова посвящена классической трудной проблеме теории алгоритмов — задаче целочисленного линейного программирования (задаче ЦЛП). В общем случае эта задача NP-трудна, и потому значительный интерес представляет выделение классов задач ЦЛП, допускающих решение за полиномиальное время. Так, полиномиально разрешимой задача ЦЛП является в случаях, когда размерность ограничена, когда ограничено количество строк и абсолютные значения чисел, входящих в систему неравенств, которые задают допустимую область задачи, и когда, наконец, рассматривается квадратная невырожденная система неравенств с ограниченным по абсолютному значению определителем.

Известная гипотеза состоит в том, что полиномиальная разрешимость задачи ЦЛП также имеет место при условии, что ограничены абсолютные значения всех ранговых миноров матрицы  $A$  в системе  $Ax \leq b$  или расширенных матриц (гипотеза ограниченных миноров). Гипотеза подтверждена для totally унимодулярных матриц. Также вариант гипотезы с расширенной матрицей доказан для некоторых  $\{0, 1\}$ -задач ЦЛП, т.е. задач, в которых все матрицы и векторы состоят из нулей и единиц.

Далее, при исследовании гипотезы ограниченных миноров был рассмотрен класс так называемых бимодулярных матриц (т.е. матриц, у которых все абсолютные значения миноров ограничены двойкой). В этом случае было доказано, что полиномиальная разрешимость заведомо возможна, если граф полиэдра задачи ЦЛП имеет ограниченную степень вершин.

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы.

Во **введении** дается краткое, но достаточно информативное изложение основных результатов диссертации и обосновывается актуальность результатов.

**Первая глава** диссертации посвящена прежде всего изучению связи между шириной полиэдра задачи ЦЛП и количеством целых точек в полиэдре. Основным утверждением здесь служит теорема, состоящая в том, что если ширина оценивается снизу некоторой функцией от размерности полиэдра  $n$  и величин тех или иных миноров матрицы ограничений полиэдра, то количество целых точек в полиэдре не меньше  $n + 1$ , а также дается уточнение этого утверждения в случае симплекса. Предлагается полиномиальный алгоритм поиска целой точки в достаточно широком полиэдре.

В **главе 2** решается ряд задач, близких к задаче ЦЛП для  $k$ -ограниченных матриц. Получено множество нетривиальных новых результатов. Так, в первой части главы строится новый алгоритм разбиения простого многогранного конуса на унимодулярные конусы. Кроме того, для некоторых классов полиэдров с ограниченными минорами там доказывается полиномиальная и

