Отзыв

официального оппонента о диссертации
Заикина Артема Александровича
«Асимптотическое разложение d-риска»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика

Диссертационная работа Заикина А. А. посвящена асимптотическим разложениям апостериорных объектов в области байесовской статистики. Модель накопления статистической информации представляет собой выборку из распределения с неизвестным значением параметра, представляющим собой случайную величину с некоторым априорным распределением. В задачах различения гипотез особый интерес представляет асимптотика апостериорного риска и d-риска – понятия, введенного Л. Н. Большевым и представляющего собой условное математическое ожидание потерь при условии решающей функции.

Байесовская статистика – одна из наиболее бурно развивающихся областей математической статистики, а байесовский подход позволяет решить многие проблемы математически корректной интерпретации результатов статистических исследований. Тематика асимптотических разложений апостериорных объектов не столь популярна как некоторые другие задачи Байесовской статистики. В первую очередь здесь следует отметить работы Р. А. Джонсона (1967,1970), внесшие существенный вклад в теорию асимптотических разложений апостериорных распределений параметра. Существенный вклад в развитие асимптотической теории d-рисков внесли работы казанской школы теории вероятностей и математической статистики И. Н. Володина, А. А. Новикова, С. В. Симушкина.

В работе Заикина А. А. решается проблема нахождения асимптотического разложения апостериорного распределения параметра, апостериорных рисков и некоторых интегральных функционалов от параметра с ростом объема выборки. Материал диссертации разделен на четыре главы. В первой главе получены асимптотические разложения апостериорного распределения параметра и соответствующих интегральных функционалов. Получены результаты с центрированием параметра байесовской модели его истинным значением (реализацией) при каждом фиксированном значении реализации, а также с центрированием параметра некоторой $\sqrt{n}$-состоятельной оценкой его истинного значения в смысле равномерной сходимости на компакте, лежащем в параметрическом множестве вместе с некоторой окрестностью.

Кроме того, в первой главе получены результаты о сходимости по вариации апостериорного распределения параметра с последовательностью нормальных распределений. Асимптотические разложения с центрированием параметра байесовской модели $\sqrt{n}$-состоятельной оценкой его истинного значения по сути являются обобщением результатов Джонсона и его уточнения в работе Ghosh et al. (1982), где центрирование параметра производилось оценкой максимального правдоподобия его истинного значения, тогда как центрирование истинным значением параметра ранее не встречалось в литературе. В этой главе также приводятся условия, при которых сходимость остатков разложения можно понимать в смысле совместного распределения выборки и параметра.

Во второй главе решается задача отыскания необходимого объема выборки при условии, что d-риски первого и второго рода стремятся к нулю определенным образом. Асимптотическая формула необходимого объема выборки, полученная ранее в работе Володина и Новикова (1999), доказывается при более слабых условиях с использованием теоремы Бернштейна – фон Мизеса.

В третьей главе рассматривается задача проверки гипотез о вероятности успеха в схеме Бернулли с использованием классического и апостериорного подходов. Для классического подхода уточняются формулы асимптотики необходимого объема выборки для различения односторонних гипотез при ограничениях на вероятности ошибок первого и второго рода. Для апостериорного подхода получены асимптотические разложения d-рисков по степеням $n^{-1/2}$ до $O(n^{-2})$, и проводится анализ связи величины зоны безразличия в классическом подходе и параметра априорного бета-распределения при идентичных ограничениях на ошибки (d-риски соответственно) первого и второго рода для одинаковых объемов выборок. Асимптотические разложения d-рисков ранее в литературе не встречались.

В последней главе изучается вопрос об асимптотически оптимальных оценках, минимизирующих d-риск. В работе Володина и Новикова (1993) доказана асимптотическая оптимальность оценок максимального правдоподобия в случае сжимающихся в точку априорных распределений. В диссертационной работе Заикина А. А. данный факт установлен в иной асимптотической схеме с произвольными априорными распределениями. Следует отметить, что для ограниченного параметрического множества при выполнении условий регулярности оптимальность оценки максимального правдоподобия удалось получить в классе всех $\sqrt{n}$-состоятельных оценок, а для неограниченного параметрического множества – в более узком классе оценок.

В своей работе диссертант демонстрирует незаурядные навыки использования известных математических методов для доказательства сформулированных результатов. Результаты работы гармонично сочетаются друг с другом в рамках единой концепции исследования. Работа Заикина А. А. содержит 14 теорем, 18 лемм и 3 следствия. Список литературы содержит 37 наименований. Формулировки основных результатов вынесены во введение, что позволяет предварительно оценить суть полученных результатов, не вникая в доказательства. Объективно говоря, число теорем об асимптотических разложениях можно было бы сократить, ибо теорема 1.1 является следствием теоремы 1.2, а теорема 1.4 – следствием теоремы 1.5, но, учитывая особую важность результатов об асимптотических разложениях для распределений, их оформление в виде отдельных теорем также выглядит оправданным.

В диссертации Заикина А. А. выявлены некоторые недостатки, не оказывающие существенного влияния на качество работы. Считаю, что читать диссертацию было бы проще, если бы номера формулировок, вынесенных во введение, совпадали с номерами соответствующих утверждений внутри глав. Ссылаясь на асимптотические результаты, наверное, правильнее было бы говорить не об асимптотической нормальности, а о приближении нормальным распределением, поскольку параметры нормального распределения меняются с ростом n. Ссылаясь на работу Ghosh et al. (1982) на стр. 7, автор диссертации цитирует только первого автора, забывая про других авторов данной работы. Следовало бы привести обозначение сходимости по вариации в следствии 0.1 (стр. 14) в соответствие с обозначением, используемым при формулировке теоремы 0.3 (Теоремы 1.3 главы 1). В определении 0.1 (стр. 12) используется обозначение $P_{\theta,K}$, которое ранее не вводилось. На стр. 21 автор утверждает, что в качестве системы подмножеств основного вероятностного пространства будет использовано прямое произведение некоторых σ-алгебр, которое, вообще говоря, не является σ-алгеброй, поэтому чисто формально такая модель непригодна для построения предельных переходов. Утверждение на стр. 30 о том, что именно условие 4б влечет $El_2(X) = -I$, не выглядит неоспоримым. На стр. 34 автор предлагает заменить $h = \theta_0 + hn^{-1/2}$в интегралах (1.10), тогда как переменная h в этой формуле не присутствует. На той же странице в конце автор ссылается на замечание после теоремы 1.1, которое обнаружить не удалось. Значение δ_2 в начале доказательства теоремы 1.5 на стр. 39, вероятно, следует отождествить с δ. Там же используется обозначение $I(X_i|T_n)$, которое следует читать как $I(T_n)$. В формулировке леммы 2.1 (теорема Бернштейна – фон Мизеса) на стр. 67 вместо $\mathcal{N}(\sqrt{I(\theta)}(A - \Lambda_n(\theta)))$, вероятно, следует читать $\mathcal{N}(\cdot|0, \sqrt{I(\theta)}(A - \Lambda_n(\theta)))$. На стр. 72

утверждается, что, согласно условию 1, Θ – компакт, но в условии 1 из набора условий D_{θ_1} на стр. 66 речь о компактности Θ не идет. В лемме 2.6 (стр. 73) утверждается, что $n^* \to 0$, а доказывается, что $n^* \to \infty$, что в дальнейшем и востребовано. В последнем предложении перед теоремой 4.2 (стр. 121) предлагается сузить класс рассматриваемых оценок с $\mathbb{C}(r)$ до $\mathbb{C}$, тогда как $\mathbb{C}(r) \subset \mathbb{C}$.

Отмеченные недостатки не влияют на высокую оценку диссертации. Автореферат диссертации правильно отражает ее содержание. Основные результаты работы являются новыми и математически строго доказанными. Результаты диссертации своевременно опубликованы в периодических изданиях и материалах конференций, 3 работы опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК.

Считаю, что диссертация Заикина А. А. «Асимптотическое разложение d-риска» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям, представляемым на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика, а диссертант заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

24 августа 2017 г.

Официальный оппонент

Ведущий научный сотрудник
лаборатории «Центр геномной
биоинформатики им.
Ф.Добржанского»

Санкт–Петербургского
государственного университета

кандидат физ.-мат. наук, доцент

Малов С.В.

199034, г. Санкт-Петербург,
Средний проспкт 41А
тел.: +7(812)3636103
e-mail: malovs@sm14820.spb.edu

Личную подпись Малова С.В. удостоверяю

ЗАМ. НАЧАЛЬНИКА
УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ
ГУОРП
ОС СУВОРОВА

28.08.2017