

Отзыв на диссертацию Сергея Юрьевича Новака

«Предельные теоремы и оценки скорости сходимости в теории экстремальных значений», представленную на соискание учёной степени доктора физ.-мат. наук

Диссертация С.Ю. Новака посвящена актуальным задачам теории последовательностей зависимых случайных величин (с.в.), имеющих распределения с тяжёлыми хвостами. В первых трех главах развивается асимптотическая теория экстремумов и сумм таких последовательностей. Здесь автором получен ряд новых оригинальных утверждений, уточняющих и развивающих результаты Лидбеттера, Прохорова, Лекама, Бредли. В данном отзыве мы уделяем основное внимание статистическим приложениям этой теории, описанным в главах 4 и 5, которые наиболее близки к области наших научных интересов.

В *главе 4* рассматривается выборка из строго стационарных (с.в.), имеющих тяжёлый правый хвост распределения. Сравниваются RE-оценка и оценка Хилла для показателя скорости убывания хвоста распределения (ПСУХР). Первая строится по членам выборки, выходящим за высокий неслучайный уровень x , а вторая – по верхним порядковым статистикам. В разделе 4.2 на различных примерах приведены убедительные аргументы в пользу оценок первого типа. В разделе 4.3 автор предлагает оценку $a_{n,m}$, являющуюся обобщением RE-оценки. В теоремах 4.2 и 4.4 при необременительных условиях перемешивания доказаны состоятельность и асимптотическая нормальность оценки – впервые для оценок ПСУХР в случае стационарных наблюдений. Предложен эмпирический алгоритм выбора управляющего параметра x . Доказана состоятельность оценки константы хвоста, а также оценок индексов 2-го порядка. В случае независимой выборки построены *под-асимптотические* доверительные интервалы для ПСУХР, которые с практической точки зрения дают лучшую точность, чем *асимптотические* доверительные интервалы.

Замечание 1. Параметр t в определении оценки $a_{n,m}$ является натуральным числом, однако мог бы быть и произвольным положительным действительным числом. Его наряду с x можно считать управляющим параметром. Интересно оптимизировать оценку по паре таких параметров, а не только по x .

Раздел 4.4 об экстремальных квантилях исключительно важен в финансовой математике, поскольку изучает известные меры риска VaR и *Expected Shortfall* для стационарных выборок. В теоремах 4.7, 4.8 и 4.10 доказаны состоятельность и асимптотическая нормальность оценок этих мер рисков. Оценки основаны на RE-оценках ПСУХР. Поражает пример 4.7 об обвале фининсового индекса S&P500 19.10.1987. Методика автора по наблюдениям за период с 01.01.1960 по 16.10.1987 позволяет убедительно предсказать величину обвала индекса со значительно большей достоверностью, чем подходы Макнила (1998) и Матиса и Бейрланта (2001). В разделе 4.6 найдены нижние границы точности оценивания – по независимой выборке – характеристик распределений с тяжёлыми хвостами. Это совершенно нетривиальные результаты, поскольку ф.р. с тяжёлым хвостом остаётся непараметрически (точнее, семипараметрически) заданной. При этом не требуется,

как в других работах, чтобы возможные значения ПСУХР принадлежали фиксированному конечному интервалу. RE-оценки оказываются близкими к оптимальным (см. теорему 4.15 и замечание после неё). Впервые получены нижние границы точности оценивания экстремальных квантилей.

В главе 5 изучаются самонормированные суммы с.в., которые часто возникают в статистике. Для таких сумм впервые получены оценки типа Берри-Эссеена с явно выписанными константами (теорема 5.2) – в случае неодинаково распределённых независимых с.в. В теоремах 5.4 и 5.7 получены оценки скорости сходимости в ЦПТ для самонормированных сумм стационарных с.в. На основе таких оценок строятся под-асимптотические доверительные интервалы для ПСУХР. Далее результаты конкретизируются для статистики Стьюдента, причём дана нижняя граница для константы в неравенстве типа Берри-Эссеена (утверждение 5.16). Симпатичная лемма 5.19 даёт характеристику симметричности распределения в терминах самонормированных с.в.

В целом, диссертационная работа С.Ю. Новака представляется значительным вкладом в статистику экстремальных значений. Доказательства добротны проведены. Результаты опубликованы в ведущих международных журналах и монографии [21]. Считаю, что диссертационная работа С.Ю. Новака удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора физ.-мат. наук.

13.01.2014

Профессор кафедры математического анализа Киевского
национального университета имени Тараса Шевченко

А.Г. Кукуш

Профессор кафедры теории вероятностей, статистики
и актуарной математики Киевского национального
университета имени Тараса Шевченко

Р.Е. Майборода