



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
4 ДЕКАБРЯ 2021 г. I тур 9 класс 1 ВАРИАНТ

1. Даны положительные числа $x > y$. Пусть $z = \frac{x+y}{2}$ и $t = \sqrt{xy}$. Оказалось, что $(x - y) = 3(z - t)$. Найдите x/y .

2. В олимпиаде участвуют школьники с 6 по 11 класс. Председатель жюри знает, что придёт ровно 1000 школьников, но не знает их распределения по классам. У него есть ровно 500 листов бумаги. На одном листе печатаются два экземпляра условий (слева одно, справа другое); можно печатать условия разных классов, а можно одного и того же.

При помощи одной команды для принтера можно распечатать любое количество *одинаковых* листов. Например, можно скомандовать принтеру: напечатать 142 листа вида «7 класс + 10 класс». Председатель уверен, что когда он узнает распределение участников по классам, ему хватит 6 команд для принтера, чтобы напечатать все 1000 нужных условий. Прав ли он?

3. Саша записывает 30 различных натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_{30} . Оля вычисляет НОД или НОК чисел a_1 и a_2 , потом НОД или НОК полученного результата и числа a_3 и т. д., в конце она вычисляет НОД или НОК предыдущего результата и числа a_{30} . При этом из всех 29 операций она должна вычислить НОК ровно 2 раза. Может ли Саша записать такие числа, что при любых действиях Оли итоговый результат будет равен 300?

4. В правильном 20-угольнике отмечены четыре последовательные вершины A, B, C и D . Внутри него выбрана точка E так, что $AE = DE$ и $\angle BEC = 2\angle CED$. Найдите угол AEB .

5. Фирма специализируется на изготовлении «досок с дыркой»: это клетчатая доска 300×300 , в которой вырезана по клеточкам дырка в виде прямоугольника, не выходящего на границу доски. К каждой такой доске прикреплена бирка с указанием максимального количества не бьющих друг друга ладей, которое можно расставить на этой доске. (Считается, что ладьи не бьют сквозь дырку.) К юбилею фирмы было решено изготовить доску с самым большим числом на бирке. Чему равно это число?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtaland.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
4 ДЕКАБРЯ 2021 г. I тур 9 класс 2 ВАРИАНТ

1. Даны положительные числа $a > b$. Пусть $c = \frac{a+b}{2}$ и $d = \sqrt{ab}$. Оказалось, что $(a - b) = 4(c - d)$. Найдите a/b .

2. В олимпиаде участвуют школьники с 4 по 11 класс. Председатель жюри знает, что придёт ровно 500 школьников, но не знает их распределения по классам. У него есть ровно 250 листов бумаги. На одном листе печатаются два экземпляра условий (слева одно, справа другое); можно печатать условия разных классов, а можно одного и того же.

При помощи одной команды для принтера можно распечатать любое количество *одинаковых* листов. Например, можно скомандовать принтеру: напечатать 142 листа вида «5 класс + 9 класс». Председатель уверен, что когда он узнает распределение участников по классам, ему хватит 8 команд для принтера, чтобы напечатать все 500 нужных условий. Прав ли он?

3. Петя записывает 20 различных натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_{20} . Вася вычисляет НОД или НОК чисел a_1 и a_2 , потом НОД или НОК полученного результата и числа a_3 и т. д., в конце он вычисляет НОД или НОК предыдущего результата и числа a_{20} . При этом из всех 19 операций он должен вычислить НОД ровно 17 раз. Может ли Петя записать такие числа, что при любых действиях Васи итоговый результат будет равен 200?

4. В правильном 30-угольнике отмечены четыре последовательные вершины P, Q, R и S . Внутри него выбрана точка T так, что $PT = TS$ и $\angle QTR = 2\angle PTQ$. Найдите угол RTS .

5. Папа Карло изготавливает из фанеры «доски с дыркой». Так называется клетчатая доска 330×330 , в которой вырезана по клеточкам дырка в виде прямоугольника, не выходящего на границу доски. К каждой такой доске Карло приклеивает этикетку, на которой указано максимальное количество не бьющих друг друга ладей, которое можно расставить на этой доске. (Считается, что ладьи не бьют сквозь дырку.) Буратино попросил Папу Карло сделать доску с самым большим числом на этикетке. Чему равно это число?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtaland.ru