



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
21 НОЯБРЯ 2020 г. I тур 10 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Сто математиков, 25 из которых — геометры, проверяли глазомер. На доске был нарисован треугольник, и каждый из математиков написал предположительные значения трёх его углов (дающие в сумме 180°). Ответы, отличающиеся порядком перечисления углов (например, « 30° , 30° , 120° » и « 30° , 120° , 30° ») считаются одинаковыми. Среди 300 углов, предложенных математиками, 12 углов были равны 52° , 47 углов — 58° , 29 углов — 59° , 101 угол — 60° , 75 углов — 61° , 36 углов — 64° . Все геометры ответили верно. Чему равнялись углы треугольника?

2. Даны квадратные трехчлены $f(x)$ и $g(x)$. Известно, что уравнение

$$f(x) = g(|x|)$$

имеет ровно 4 различных вещественных корня. Сколько различных вещественных корней имеет уравнение $f(|x|) = g(x)$?

3. На стороне BC выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечена точка P . Оказалось, что описанные окружности треугольников PAB и PCD касаются прямой AD . При этом $\angle BAP = \angle PDC = 30^\circ$. Найдите угол APD .

4. Найдите все такие натуральные числа $n > 1$, что если к любому натуральному делителю n , отличному от n , прибавить 2, то полученное число будет иметь с n общий делитель, больший 1.

5. В школе действует несколько кружков. Среди них есть кружок по топологии, который никто не посещает, и кружок по обществознанию, на который ходят все 2020 учеников школы. Списочные составы любых двух кружков различны. Кроме того, для любых двух кружков A и B

- 1) найдётся кружок C , который посещают в точности те ученики, которые посещают как A , так и B ;
- 2) найдётся кружок D , который посещают в точности те ученики, которые посещают хотя бы один из кружков A или B .

Докажите, что какой-то ученик посещает не менее половины всех кружков.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
21 НОЯБРЯ 2020 г. I тур 10 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Сто школьников, 30 из которых — десятиклассники, проверяли глазомер. На доске был нарисован треугольник, и каждый из школьников написал предположительные значения трёх его углов (дающие в сумме 180°). Ответы, отличающиеся порядком перечисления углов (например, « 35° , 110° , 35° » и « 35° , 35° , 110° ») считаются одинаковыми. Среди 300 углов, предложенных школьниками, 55 углов были равны 56° , 45 углов — 59° , 103 угла — 60° , 31 угол — 61° , 49 углов — 62° , 17 углов — 68° . Все десятиклассники ответили верно. Чему равнялись углы треугольника?

2. Даны квадратные трехчлены $p(x)$ и $q(x)$. Известно, что уравнение

$$p(|x|) + q(x) = 0$$

имеет ровно 4 различных вещественных корня. Сколько различных вещественных корней имеет уравнение $p(x) + q(|x|) = 0$?

3. На стороне AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечена точка M . Оказалось, что описанные окружности треугольников ABM и CDM касаются прямой BC . При этом $\angle ABM = \angle MCD = 45^\circ$. Найдите угол BMC .

4. Найдите все такие натуральные числа $m > 1$, что если к любому натуральному делителю m , отличному от m , прибавить 4, то полученное число будет иметь с m общий делитель, больший 1.

5. В межпланетном парламенте действует несколько комитетов. Среди них есть комитет по этике, в котором нет ни одного депутата, и комитет по толерантности, в который входят все 10 000 депутатов. Списочные составы любых двух комитетов различны. Кроме того, для любых двух комитетов X и Y

- 1) найдётся комитет Z , в котором состоят в точности те депутаты, которые состоят хотя бы одним из комитетов X и Y ;
- 2) найдётся комитет W , в котором состоят в точности те депутаты, которые состоят одновременно и в X , и в Y .

Докажите, что какой-то депутат состоит не менее чем в половине всех комитетов.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>