



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
21 НОЯБРЯ 2020 Г. I ТУР 8 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. В Солнечном Городе прошли выборы главного инженера. Каждый из 20 000 жителей проголосовал за одного из пяти кандидатов либо на участке, либо на дому. Сначала подсчитали все голоса на участке. Оказалось, что кандидат Клёпка набрал меньше голосов, чем любой из его конкурентов. Но после этого стали известны результаты голосования на дому, и оказалось, что Клёпка набрал более 50 % всех голосов! Докажите, что на дому проголосовало более 7500 жителей.

2. Пусть a, b, c — различные положительные числа. Три прямые

$$y = ax + b^3, \quad y = bx + c^3 \quad \text{и} \quad y = cx + a^3$$

на координатной плоскости образовали в пересечении треугольник. Докажите, что этот треугольник пересекает ось ординат.

3. У фермера есть 35 свиней и мешок с 26 кг корма. Докажите, что он может покормить свиней так, чтобы любые две свиньи вместе весили целое число килограммов. (Весь корм использовать не обязательно.)

4. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка D , на отрезке AD выбрана точка E , а на отрезке BD — точка F , причем $AE = 1$, $BF = DE = 2$ и $CD = 3$. Оказалось, что $AB = CE$. Найдите длину отрезка AF .

5. В соцсети «Всмысле?» пароль каждого участника состоит из букв $a, b, в, \dots, я$ (33 буквы) и нескольких допустимых спецсимволов. При этом пароль должен содержать хотя бы пять различных букв и хотя бы три различных спецсимвола. Пароли называются похожими, если в них содержатся хотя бы две различных общих буквы и хотя бы два различных общих спецсимвола (не обязательно на одних и тех же местах). Соцсеть не даёт возможности зарегистрировать аккаунт с паролем, если на него похожи хотя бы 11 паролей уже зарегистрированных участников. Тем не менее 600 аккаунтов уже зарегистрировано. Докажите, что допустимых спецсимволов не менее 5.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах
www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
21 НОЯБРЯ 2020 Г. I ТУР 8 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. В Цветочном Городе прошли выборы губернатора. Каждый из 16 000 жителей проголосовал за одного из пяти кандидатов либо на участке, либо на дому. Сначала подсчитали все голоса на участке, оказалось, что кандидат Незнайка набрал меньше голосов, чем любой из его конкурентов. Но после этого стали известны результаты голосования на дому, и оказалось, Незнайка набрал более 50 % всех голосов! Докажите, что на дому проголосовало более 6000 жителей.

2. Пусть a, b, c — различные положительные числа. Три прямые

$$y = a^3x + b, \quad y = b^3x + c \quad \text{и} \quad y = c^3x + a$$

на координатной плоскости образовали в пересечении треугольник. Докажите, что этот треугольник пересекает ось ординат.

3. У раджи есть 39 слонов и 29 центнеров корма. Докажите, что раджа может покормить слонов так, чтобы любые два слона вместе весили целое число центнеров. (Весь корм использовать не обязательно.)

4. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка D , на стороне BC — точка E , причем $AD = BE = 1$ и $CE = 3$. На продолжении отрезка AB за точку B найдлась точка F такая, что $BF = 4$ и $AC = EF$. Найдите длину отрезка CD .

5. В мессенджере «Телеграфф» пароль каждого участника состоит из букв a, b, c, \dots, z (26 букв) и нескольких допустимых спецсимволов. При этом пароль должен содержать хотя бы пять различных букв и хотя бы три различных спецсимвола. Пароли называются похожими, если в них содержатся хотя бы две различных общих буквы и хотя бы два различных общих спецсимвола (не обязательно на одних и тех же местах). Мессенджер не даёт возможности зарегистрировать аккаунт с паролем, если на него похожи хотя бы 11 паролей уже зарегистрированных участников. Тем не менее 400 аккаунтов уже зарегистрировано. Докажите, что допустимых спецсимволов не менее 5.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах
www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>