Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

12 декабря 2015 г. I тур 8 класс 1 вариант

1. Вдоль кругового шоссе построено 30 домов высотой 1, 2, 3, ..., 30 этажей (ровно по одному дому каждой высоты). Назовем дом *интересным*, если он выше одного из соседних с ним домов, но ниже другого. Оказалось, что среди этих домов ровно 10 интересных. Докажите, что суммарная высота интересных домов не может быть равна 64 этажам.

2. На доске написано 10 последовательных целых чисел (среди них могут быть и отрицательные). Школьнику, указавшему число, после вычёркивания которого сумма оставшихся девяти чисел на доске является квадратом целого числа, Мария Ивановна ставит пятёрку (если это число еще не было никем названо ранее). Какое наибольшее количество пятёрок могли получить ученики Марии Ивановны?

3. Районную олимпиаду писало 9000 школьников. Каждый из них получил *оценку* от 0 до 15 баллов. При занесении в компьютер оценки 12, 13 или 14 баллов были заменены на 15 баллов, а оценки 1, 2 или 3 балла — на 0 баллов (остальные оценки не менялись). В результате средний балл всех участников уменьшился на 0,1 балла. Докажите, что до исправления можно было указать две такие оценки a и b, что число школьников с оценкой a баллов и число школьников с оценкой b баллов отличались не менее чем на 150.

4. Точки P и Q лежат в выпуклом четырехугольнике $ABCD$, в котором две наибольшие стороны противоположны и равны. Для каждой из этих двух точек посчитали сумму расстояний до вершин четырехугольника. Докажите, что эти суммы отличаются не больше чем в 2 раза.

5. В школе учится 100 мальчиков и 100 девочек. Каждая девочка знакома хотя бы с одним мальчиком, а каждый мальчик — хотя бы с одной девочкой. Однажды каждая девочка сказала: *Среди знакомых мне мальчиков не менее двух третей — двоечники*, а каждый мальчик сказал: *Среди знакомых мне девочек не менее половины — троечницы.* Известно, что все дети сказали правду, но при этом в школе всего 10 мальчиков — двоечники. Какое наименьшее число девочек может быть троечницами?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ *указать о себе следующие данные:*

Фамилия, имя; телефон.
Класс, школа, район школы;
ФИО преподавателя математики в школе.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?
А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах
www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem
13 декабря жюри проведет онлайн-разбор олимпиады. Подробности на сайте
foxford.ru/spb

Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

12 декабря 2015 г. I тур 8 класс 2 вариант

1. Вдоль кругового шоссе построено 30 домов высотой 1, 2, 3, ..., 30 этажей (ровно по одному дому каждой высоты). Назовем дом *удачным*, если он выше одного из соседних с ним домов, но ниже другого. Известно, что среди этих домов ровно 10 удачных. Докажите, что суммарная высота удачных домов не может быть равна 246 этажам.

2. На доске написано 12 последовательных целых чисел (среди них могут быть и отрицательные). Школьнику, указавшему число, после вычёркивания которого сумма оставшихся одиннадцати чисел на доске является квадратом целого числа, Анна Петровна ставит пятёрку (если это число еще не было никем названо ранее). Какое наибольшее количество пятёрок могли получить ученики Анны Петровны?

3. Районную олимпиаду писало 6000 школьников. Каждый из них получил *оценку* от 0 до 15 баллов. При занесении в компьютер оценки 12, 13 или 14 баллов были заменены на 15 баллов, а оценки 1, 2 или 3 балла — на 0 баллов (остальные оценки не менялись). В результате средний балл всех участников вырос на 0,1 балла. Докажите, что до исправления можно было указать две такие оценки a и b, что число школьников с оценкой a баллов и число школьников с оценкой b баллов отличаются хотя бы на 100.

4. Точки P и Q лежат в выпуклом четырехугольнике $ABCD$, в котором две наименьшие стороны противоположны и равны. Для каждой из этих двух точек посчитали сумму расстояний до вершин четырехугольника. Докажите, что эти суммы отличаются не больше чем в 2 раза.

5. В школе учится 200 мальчиков и 200 девочек. Каждая девочка знакома хотя бы с одним мальчиком, а каждый мальчик — хотя бы с одной девочкой. Однажды каждая девочка сказала: *Среди знакомых мне мальчиков не менее половины — троечники*, а каждый мальчик сказал: *Среди знакомых мне девочек не менее двух третей — двоечницы.* Известно, что все дети сказали правду, но при этом в школе всего 20 девочек — двоечницы. Какое наименьшее число мальчиков может быть троечниками?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ *указать о себе следующие данные:*

Фамилия, имя; телефон.
Класс, школа, район школы;
ФИО преподавателя математики в школе.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?
А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах
www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem
13 декабря жюри проведет онлайн-разбор олимпиады. Подробности на сайте
foxford.ru/spb