



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 г. I ТУР 6 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Вдоль дороги в ряд стоят 5 домов, в каждом живет хотя бы один человек, и при этом в любых двух разных домах живет разное число людей. Два жителя называются соседями, если они живут в одном доме или в соседних домах. Приведите пример, когда у каждого жителя либо ровно 20, либо ровно 30 соседей.

2. Из бумажного квадрата 10×10 клеток вырезали по клеточкам несколько квадратов, причем любые два из них имеют разные размеры. Какое наибольшее количество квадратов могло быть вырезано? Поясните, почему нельзя вырезать большее число квадратов.

3. На доске написаны числа 1, 2, 4, 8. Разрешается умножить любое число на 3 и результат записать на доску вместо исходного числа; либо прибавить 1 к любым двум числам на доске и записать полученные числа вместо исходных. Можно ли в результате этих операций получить 4 числа, произведение которых будет равно 200720082009?

4. В справочнике “Юный Арифмометр” напечатаны все натуральные числа от 1 до 300 000. Владик выписал из справочника все числа, в записи которых встречается фрагмент “23” (двойка, за которой сразу же стоит тройка). А Саша выписал из справочника все числа, в записи которых встречается фрагмент “34”. Кто из мальчиков выписал больше чисел?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 г. I ТУР 6 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Вдоль дороги в ряд стоят 5 домов, в каждом живет хотя бы один человек, и при этом в любых двух разных домах живет разное число людей. Два жителя называются соседями, если они живут в одном доме или в соседних домах. Приведите пример, когда у каждого жителя либо ровно 50, либо ровно 30 соседей.

2. Из бумажного квадрата 12×12 клеток вырезали по клеточкам несколько квадратов, причем любые два из них имеют разные размеры. Какое наибольшее количество квадратов могло быть вырезано? Поясните, почему нельзя вырезать большее число квадратов.

3. На доске написаны числа 2, 4, 8, 9. Разрешается умножить любое число на 3 и результат записать на доску вместо исходного числа; либо прибавить 1 к любым двум числам на доске и записать полученные числа вместо исходных. Можно ли в результате этих операций получить 4 числа, произведение которых будет равно 200920082007?

4. В справочнике “Юный Арифмометр” напечатаны все натуральные числа от 1 до 400 000. Владик выписал из справочника все числа, в записи которых встречается фрагмент “34” (тройка, за которой сразу же стоит четверка). А Саша выписал из справочника все числа, в записи которых встречается фрагмент “45”. Кто из мальчиков выписал больше чисел?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

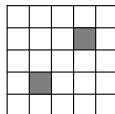
15 НОЯБРЯ 2008 г. I тур 7 класс 1 ВАРИАНТ

1. Вдоль дороги в ряд стоят 5 домов, в каждом живет хотя бы один человек, и при этом в любых двух разных домах живет разное число людей. Два жителя называются соседями, если они живут в одном доме или в соседних домах. Приведите пример, когда у *каждого* жителя либо ровно 20, либо ровно 30 соседей.

2. Из бумажного прямоугольника 12×20 клеток вырезали по клеточкам несколько квадратов, причем любые два из них имеют разные размеры. Какое наибольшее количество квадратов могло быть вырезано? Поясните, почему нельзя вырезать большее число квадратов.

3. Маленькая настоящая жемчужина весит в 5 раз меньше, чем большая фальшивая, а стоит в 7 раз больше. Куча жемчуга весит столько же, сколько весят 170 больших фальшивых жемчужин, а стоит столько, сколько стоят 170 маленьких настоящих. Сколько больших фальшивых жемчужин в этой куче?

4. В таблице 5×5 расставлены числа от 1 до 25. Разрешается поменять местами числа, находящиеся в соседних клетках в одной строке, если правое больше левого. Аналогично, разрешается поменять местами числа в соседних клетках в одном столбце, если нижнее больше верхнего. Докажите, что с помощью этих операций нельзя получить таблицу, в которой расстановка чисел отличается от исходной лишь тем, что числа в закрашенных клетках поменялись местами.



Этот листок Вы можете оставить себе на память.
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?
А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

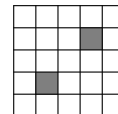
15 НОЯБРЯ 2008 г. I тур 7 класс 2 ВАРИАНТ

1. Вдоль дороги в ряд стоят 5 домов, в каждом живет хотя бы один человек, и при этом в любых двух разных домах живет разное число людей. Два жителя называются соседями, если они живут в одном доме или в соседних домах. Приведите пример, когда у *каждого* жителя либо ровно 50, либо ровно 30 соседей.

2. Из бумажного прямоугольника 10×17 клеток вырезали по клеточкам несколько квадратов, причем любые два из них имеют разные размеры. Какое наибольшее количество квадратов могло быть вырезано? Поясните, почему нельзя вырезать большее число квадратов.

3. Маленькая настоящая жемчужина весит в 3 раза меньше, чем большая фальшивая, а стоит в 13 раз больше. Куча жемчуга весит столько же, сколько весят 190 больших фальшивых жемчужин, а стоит столько, сколько стоят 190 маленьких настоящих. Сколько больших фальшивых жемчужин в этой куче?

4. В таблице 5×5 расставлены числа от 1 до 25. Разрешается поменять местами числа, находящиеся в соседних клетках в одной строке, если правое меньше левого. Аналогично, разрешается поменять местами числа в соседних клетках в одном столбце, если нижнее меньше верхнего. Докажите, что с помощью этих операций нельзя получить таблицу, в которой расстановка чисел отличается от исходной лишь тем, что числа в закрашенных клетках поменялись местами.



Этот листок Вы можете оставить себе на память.
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?
А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 г.

I тур

8 класс

1 вариант

1. Из пяти миллионов болотных кикимор 30 процентов любят тяжелый рок. В то же время, тяжелый рок любят 90 процентов из десяти миллионов писанных красавиц. Докажите, что писаными красавицами является не более половины всех болотных кикимор.

2. В ряд стоит 50 человек, все разного роста. Ровно 15 из них выше своего левого соседа. Сколько человек выше своего правого соседа? Приведите все варианты и докажите, что других нет.

3. На сторонах BC и AB треугольника ABC нашлись точки L и K соответственно, такие что AL — биссектриса угла BAC , $\angle ACK = \angle ABC$, $\angle CLK = \angle BKC$. Докажите, что $AC = KB$.

4. Петя поделил с остатком натуральное число на сумму его цифр. И неполное частное, и остаток оказались у Пети равны 2008. Учительница поставила Пете двойку. Докажите, что учительница права.

5. Докажите для чисел a, b, c , больших 1, неравенство

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \left| \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right| + \left| \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right| + \left| \frac{1}{c} - \frac{1}{a} \right| \leq a + b + c.$$

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 г.

I тур

8 класс

2 вариант

1. Из трех миллионов гороховых чучел 10 процентов любят шоколадные помадки. В то же время, шоколадные помадки любят 80 процентов из шести миллионов благородных донов. Докажите, что не более половины гороховых чучел являются благородными донами.

2. В ряд стоит 30 человек, все разного роста. Ровно 10 из них ниже своего левого соседа. Сколько человек ниже своего правого соседа? Приведите все варианты и докажите, что других нет.

3. На сторонах BC и AC треугольника ABC нашлись точки L и K соответственно, такие что $LC = BK$, $\angle ABK = \angle ACB$, $\angle BLK = \angle BKC$. Докажите, что AL — биссектриса угла BAC .

4. Вася поделил с остатком натуральное число на сумму его цифр. И неполное частное, и остаток оказались у Васи равны 2002. Учительница поставила Васе двойку. Докажите, что учительница права.

5. Докажите для положительных чисел x, y, z , меньших 1, неравенство

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq x + y + z + |x - y| + |y - z| + |z - x|.$$

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 Г. I ТУР 9 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Приведите пример четырех натуральных чисел a , b , c и d , имеющих одинаковую сумму цифр, и таких, что $a + b + c + d = 2009$.

2. Незнайка расставил в таблице 10×10 числа от 1 до 100. С этой таблицей разрешается проделывать следующие операции.

1) Выбрать две соседние клетки в одной строке и, если левое число больше правого, поменять эти числа местами.

2) Выбрать две соседние клетки в одном столбце и, если нижнее число больше верхнего, поменять эти числа местами.

Незнайка утверждает, что из его расстановки с помощью описанных операций можно получить любую другую расстановку чисел от 1 до 100 в этой таблице. Докажите, что он ошибается.

3. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки K и L соответственно. Оказалось, что $BL = CK$ и $\angle BKC = \angle CLK$. Кроме того прямая AC касается окружности, описанной около треугольника BCK . Докажите, что AL — биссектриса угла BAC .

4. Сумма чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2009}$ равна нулю. Известно, что

$$|a_1 - 2a_2| = |a_2 - 2a_3| = \dots = |a_{2008} - 2a_{2009}| = |a_{2009} - 2a_1|.$$

Докажите, что $a_1 = a_2 = \dots = a_{2009} = 0$.

5. Натуральное число n дает остаток 4 при делении на 9. Докажите неравенство $\{\sqrt[3]{n}\} \geq \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$. Здесь через $\{x\}$ обозначена дробная часть числа x , т.е. $\{x\} = x - [x]$, где $[x]$ — целая часть числа x .

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 Г. I ТУР 9 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Приведите пример четырех натуральных чисел a , b , c и d , имеющих одинаковую сумму цифр, и таких, что $a + b + c + d = 9002$.

2. Незнайка расставил в таблице 10×10 числа от 1 до 100. С этой таблицей разрешается проделывать следующие операции.

1) Выбрать две соседние клетки в одной строке и, если правое число меньше левого, поменять эти числа местами.

2) Выбрать две соседние клетки в одном столбце и, если нижнее число меньше верхнего, поменять эти числа местами.

Незнайка утверждает, что из его расстановки с помощью описанных операций можно получить любую другую расстановку чисел от 1 до 100 в этой таблице. Докажите, что он ошибается.

3. Дан треугольник ABC . На луче BC выбрана такая точка K , что прямая AK касается окружности, описанной около треугольника ABC . Биссектриса угла AKC пересекает отрезок AB в точке L . Известно, что $\angle ALC = \angle ACB$. Докажите, что $BL = AC$.

4. Сумма чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2007}$ равна нулю. Известно, что

$$|3x_1 - x_2| = |3x_2 - x_3| = \dots = |3x_{2006} - x_{2007}| = |3x_{2007} - x_1|.$$

Докажите, что $x_1 = x_2 = \dots = x_{2007} = 0$.

5. Натуральное число k дает остаток 5 при делении на 9. Докажите неравенство $\{\sqrt[3]{k}\} \geq \frac{1}{\sqrt[3]{k^2}}$. Здесь через $\{x\}$ обозначена дробная часть числа x , т.е. $\{x\} = x - [x]$, где $[x]$ — целая часть числа x .

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 г. I тур 10 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. В ряд стоит 50 человек, все разного роста. Ровно 15 из них выше своего левого соседа. Сколько человек выше своего правого соседа? Приведите все варианты и докажите, что других нет.

2. Александр умножил шестизначное число \overline{abcdef} на число \overline{def} , а Кирилл умножил шестизначное число \overline{defabc} на \overline{abc} . Сумма их результатов оказалась равна 200802007. Докажите, что в их вычислениях есть ошибка.

3. Сумма чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2009}$ равна нулю. Известно, что

$$|a_1 - 2a_2| = |a_2 - 2a_3| = \dots = |a_{2008} - 2a_{2009}| = |a_{2009} - 2a_1|.$$

Докажите, что $a_1 = a_2 = \dots = a_{2009} = 0$.

4. Внутри трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) выбрана точка M так, что $\angle AMB = \angle CMD = 90^\circ$, $\angle BAM + \angle CDM = \angle BMC$. Докажите, что трапеция $ABCD$ — описанная.

5. В таблице 10×10 расставлены числа от 1 до 100. Разрешается поменять местами числа, находящиеся в соседних клетках в одной строке, если левое больше правого. Разрешается поменять местами числа в соседних клетках в одном столбце, если нижнее больше верхнего. Можно ли для какой-нибудь расстановки чисел с помощью этих операций получить таблицу, в которой расстановка чисел симметрична исходной расстановке относительно диагонали, идущей из левого нижнего угла в правый верхний?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 г. I тур 10 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. В ряд стоит 30 человек, все разного роста. Ровно 10 из них ниже своего левого соседа. Сколько человек ниже своего правого соседа? Приведите все варианты и докажите, что других нет.

2. Маша умножила шестизначное число \overline{bcdefg} на число \overline{efg} , а Даша умножила шестизначное число \overline{efgbcd} на \overline{bcd} . Сумма их результатов оказалась равна 200852011. Докажите, что в их вычислениях есть ошибка.

3. Сумма чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2007}$ равна нулю. Известно, что

$$|3x_1 - x_2| = |3x_2 - x_3| = \dots = |3x_{2006} - x_{2007}| = |3x_{2007} - x_1|.$$

Докажите, что $x_1 = x_2 = \dots = x_{2007} = 0$.

4. Внутри трапеции $ABCD$ ($CD \parallel AB$) выбрана точка X так, что $\angle AXD = \angle BXC = 90^\circ$, $\angle ADX + \angle BCX = \angle AXB$. Докажите, что трапеция $ABCD$ — описанная.

5. В таблице 12×12 расставлены числа от 1 до 144. Разрешается поменять местами числа, находящиеся в соседних клетках в одной строке, если левое больше правого. Разрешается поменять местами числа в соседних клетках в одном столбце, если верхнее больше нижнего. Можно ли для какой-нибудь расстановки чисел с помощью этих операций получить таблицу, в которой расстановка чисел симметрична исходной расстановке относительно диагонали, идущей из правого нижнего угла в левый верхний?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 г.

I ТУР

11 КЛАСС

1 ВАРИАНТ

1. Петя поделил с остатком натуральное число на сумму его цифр. И неполное частное, и остаток оказались у Пети равны 2008. Учительница поставила Пете двойку. Докажите, что учительница права.

2. Известно, что

$$|a_1 - 2a_2| = |a_2 - 2a_3| = \dots = |a_{2008} - 2a_{2009}| = |a_{2009} - 2a_1| = 100.$$

Докажите, что сумма чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2009}$ не равна нулю.

3. Докажите, что для всех α , при которых определена левая часть, верно неравенство

$$\operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha \geq 2(\sin^3(\alpha^2) - \cos^3(\alpha^2)).$$

4. Внутри трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) нашлась такая точка P , что $\angle APB = \angle CPD = 90^\circ$, $\angle ABP = 20^\circ$, $\angle DCP = 50^\circ$ и $\angle BPC = 70^\circ$. Докажите, что в трапецию $ABCD$ можно вписать окружность.

5. В таблице 10×10 расставлены числа от 1 до 100. Разрешается поменять местами числа, находящиеся в соседних клетках в одной строке, если левое больше правого. Разрешается поменять местами числа в соседних клетках в одном столбце, если нижнее больше верхнего. Можно ли для какой-нибудь расстановки чисел с помощью этих операций получить таблицу, в которой расстановка чисел симметрична исходной расстановке относительно диагонали, идущей из левого нижнего угла в правый верхний?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

15 НОЯБРЯ 2008 г.

I ТУР

11 КЛАСС

2 ВАРИАНТ

1. Вася поделил с остатком натуральное число на сумму его цифр. И неполное частное, и остаток оказались у Васи равны 2002. Учительница поставила Васе двойку. Докажите, что учительница права.

2. Известно, что

$$|a_1 - 2a_2| = |a_2 - 2a_3| = \dots = |a_{2008} - 2a_{2009}| = |a_{2009} - 2a_1| = 200.$$

Докажите, что сумма чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2009}$ не равна нулю.

3. Докажите, что для всех α , при которых определена левая часть, верно неравенство

$$\operatorname{ctg}^4 \alpha + \operatorname{tg}^4 \alpha \geq 2(\sin^3(\alpha^2) + \cos^3(\alpha^2)).$$

4. Внутри трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) нашлась такая точка P , что $\angle APB = \angle CPD = 90^\circ$, $\angle ABP = 10^\circ$, $\angle DCP = 40^\circ$ и $\angle BPC = 50^\circ$. Докажите, что в трапецию $ABCD$ можно вписать окружность.

5. В таблице 12×12 расставлены числа от 1 до 144. Разрешается поменять местами числа, находящиеся в соседних клетках в одной строке, если левое больше правого. Разрешается поменять местами числа в соседних клетках в одном столбце, если верхнее больше нижнего. Можно ли для какой-нибудь расстановки чисел с помощью этих операций получить таблицу, в которой расстановка чисел симметрична исходной расстановке относительно диагонали, идущей из правого нижнего угла в левый верхний?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ БУДУЩИХ СТУДЕНТОВ

Санкт-Петербург издавна славился высоким уровнем подготовки инженеров различных специальностей. На сегодняшний день одними из наиболее востребованных специалистов на рынке Санкт-Петербурга являются IT-специалисты (2-е место в рейтинге) и инженеры (7-е место в рейтинге). Объясняется это тем, что на рынок города пришли всемирно известные компании, работающие в различных отраслях, в которых востребована профессия инженера. Одной из таких компаний является Моторола, открывшая в 1997 г. в нашем городе Центр разработки программного обеспечения. Уже сегодня в Центре работают более 700 российских специалистов.

Высшее образование сегодня – это уверенность в завтрашнем дне, интересная и хорошо оплачиваемая работа в самых передовых и высокотехнологичных областях науки и производства. На сегодняшний день нет такого понятия как послевузовское распределение. Поэтому, выбирая тот или иной вуз, ту или иную специальность, уже сегодня стоит задуматься, насколько востребована данная специальность, куда вы сможете устроиться, окончив вуз, с какими из компаний у вуза налажены тесные связи. Ежегодно более 100 студентов стажировются на базе Центра разработки программного обеспечения, получая в дальнейшем возможность трудоустройства в компании. Компания Моторола сотрудничает с крупнейшими техническими вузами Санкт-Петербурга:

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 28. Тел.: 428-42-10

E-mail: decanat@math.spbu.ru сервер: www.math.spbu.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. Тел.: 247-16-28 и 327-35-85

E-mail: dean@ftk.spbstu.ru сервер: www.ftk.spbstu.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ИНФОРМАТИКИ

197376, Санкт-Петербург, ул. проф. Попова, д. 5. Тел.: 234-27-46

Приемная комиссия: 346-29-23. Центр довузовской подготовки: 234-34-23

Платные подготовительные курсы: 346-44-49

E-mail: postmaster@fkti.etu.spb.ru сервер: <http://www.eltech.ru>

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ; ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67. Тел.: 312-21-07

сервер: www.guap.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ;

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49. Тел.: 232-43-18

E-mail: kharchenko@mail.ifmo.ru сервер: www.ifmo.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФЕССОРА М.А.БОНЧ-БРУЕВИЧА;

ФАКУЛЬТЕТ РАДИОСВЯЗИ, РАДИОВЕЩАНИЯ И ТЕЛЕВИДЕНИЯ

191186, Санкт-Петербург, наб. р. Мойки, д. 61. Тел.: 315-01-18; 315-06-48; 315-26-92

E-mail: rector@sut.ru сервер: www.sut.ru

===== БОЛЕЕ ПОДРОБНО О ПРОГРАММЕ СТАЖИРОВОК ДЛЯ СТУДЕНТОВ В MOTOROLA МОЖНО

УЗНАТЬ: сервер: <http://www.motorola.com/ru/software/solutions>

E-mail: Alexander.Stepanov@motorola.com Тел.: 329-19-44



ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ БУДУЩИХ СТУДЕНТОВ

Санкт-Петербург издавна славился высоким уровнем подготовки инженеров различных специальностей. На сегодняшний день одними из наиболее востребованных специалистов на рынке Санкт-Петербурга являются IT-специалисты (2-е место в рейтинге) и инженеры (7-е место в рейтинге). Объясняется это тем, что на рынок города пришли всемирно известные компании, работающие в различных отраслях, в которых востребована профессия инженера. Одной из таких компаний является Моторола, открывшая в 1997 г. в нашем городе Центр разработки программного обеспечения. Уже сегодня в Центре работают более 700 российских специалистов.

Высшее образование сегодня – это уверенность в завтрашнем дне, интересная и хорошо оплачиваемая работа в самых передовых и высокотехнологичных областях науки и производства. На сегодняшний день нет такого понятия как послевузовское распределение. Поэтому, выбирая тот или иной вуз, ту или иную специальность, уже сегодня стоит задуматься, насколько востребована данная специальность, куда вы сможете устроиться, окончив вуз, с какими из компаний у вуза налажены тесные связи. Ежегодно более 100 студентов стажировются на базе Центра разработки программного обеспечения, получая в дальнейшем возможность трудоустройства в компании. Компания Моторола сотрудничает с крупнейшими техническими вузами Санкт-Петербурга:

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 28. Тел.: 428-42-10

E-mail: decanat@math.spbu.ru сервер: www.math.spbu.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. Тел.: 247-16-28 и 327-35-85

E-mail: dean@ftk.spbstu.ru сервер: www.ftk.spbstu.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ИНФОРМАТИКИ

197376, Санкт-Петербург, ул. проф. Попова, д. 5. Тел.: 234-27-46

Приемная комиссия: 346-29-23. Центр довузовской подготовки: 234-34-23

Платные подготовительные курсы: 346-44-49

E-mail: postmaster@fkti.etu.spb.ru сервер: <http://www.eltech.ru>

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ; ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67. Тел.: 312-21-07

сервер: www.guap.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ;

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49. Тел.: 232-43-18

E-mail: kharchenko@mail.ifmo.ru сервер: www.ifmo.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФЕССОРА М.А.БОНЧ-БРУЕВИЧА;

ФАКУЛЬТЕТ РАДИОСВЯЗИ, РАДИОВЕЩАНИЯ И ТЕЛЕВИДЕНИЯ

191186, Санкт-Петербург, наб. р. Мойки, д. 61. Тел.: 315-01-18; 315-06-48; 315-26-92

E-mail: rector@sut.ru сервер: www.sut.ru

===== БОЛЕЕ ПОДРОБНО О ПРОГРАММЕ СТАЖИРОВОК ДЛЯ СТУДЕНТОВ В MOTOROLA МОЖНО

УЗНАТЬ: сервер: <http://www.motorola.com/ru/software/solutions>

E-mail: Alexander.Stepanov@motorola.com Тел.: 329-19-44

