САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2002 года ПО МАТЕМАТИКЕ

II тур. 6 класс.

1. В клубе встретились 20 джентльменов. Некоторые были в шляпах, а некоторые — нет. Время от времени один из джентльменов снимал с себя шляпу и надевал ее на одного из тех, у кого в этот момент шляпы не было. В конце 10 джентльменов подсчитали, что каждый из них отдавал шляпу больше раз, чем получал. Сколько джентльменов пришли в шляпах?

2. В Могнолии имеются в обращении монеты в 3 и 5 тугриков. Входной билет в центральный парк стоит 4 тугрика. Как-то раз перед открытием в кассу парка выстроилась очередь из 200 посетителей. У каждого из них, а также у кассира есть ровно 22 тугрика. Докажите, что все посетители смогут купить билет в порядке очереди. (*А. Железняк*)

3. Три последовательных двузначных числа выписали друг за другом. Оказалось, что полученное шестизначное число делится на 17. Каким могло быть это шестизначное число ? (*К. Кохась*)

4. По дороге шла толпа людей. Более трети из них повернули направо, более 30% — налево, а все остальные, которых оказалось более 4/11, — развернулись и пошли обратно. Докажите, что в толпе было не менее 173 человек. (*К. Кохась*)

. . . .

Олимпиада 2002 года. II тур. 6 класс. Выводная аудитория.

5. Федя и Саша расставили по окружности 200 единиц. Каждую минуту в течение часа Федя выбирал какие-нибудь двенадцать подряд идущих чисел, менял знак у каждого из них и записывал их на те же места в обратном порядке. По истечении часа Саша поменял знак у 100 чисел, идущих через одно. Сколько единиц могло получиться в результате? (*Ф. Бахарев*)

6. Произведение 25 натуральных чисел оканчивается на 25. Докажите, что среди них найдется 3 числа, произведение которых тоже оканчивается на 25. (*А. Храбров*)

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2002 года ПО МАТЕМАТИКЕ
II тур. 7 класс.

1. Из доски 8×8 по клеточкам вырезали 12 прямоугольников 1×2. Обязательно ли из оставшейся части можно "по клеточкам" вырезать прямоугольник 1×3?

2. В начале времен в Ачухонии жили 100 рыцарей, 99 принцесс и 101 дракон. Рыцари убивают драконов, драконы едят принцесс, а принцессы изводят до смерти рыцарей. Древнее заклятие запрещает убивать того, кто сам погубил нечетное число других жителей. Сейчас в Ачухонии остался всего один житель. Кто это? (*А. Чухнов*)

3. В остроугольном треугольнике ABC на сторонах AC и AB отметили такие точки K и L соответственно, что прямая KL параллельна BC и при этом $KL = KC$. На стороне BC выбрана точка M так, что $\angle KMB = \angle BAC$. Докажите, что $KM = AL$. (*С. Берлов*)

4. 100 красных, 100 синих и 100 зеленых конфет упаковали в четыре коробки — по 65, 70, 80, 85 штук соответственно. Оленька вскрыла одну из коробок. Докажите, что она может указать на одну из остальных коробок и назвать два цвета так, что в этой коробке обязательно найдется конфета хотя бы одного из двух названных цветов.

. . . .

Олимпиада 2002 года. II тур. 7 класс. Выводная аудитория.

5. Докажите, что из произвольного девятизначного числа без нулей в десятичной записи можно так выбрать 3, 4 или 7 цифр подряд, что образованное ими число будет делиться на 3. (*О. Ванюшина*)

6. На плоскости нарисованы 30 отрезков. Никакие два из них не имеют общих точек и не лежат на одной прямой. Может ли быть так, что для каждого отрезка выполняется следующее условие: прямая, содержащая этот отрезок, пересекает (во внутренних точках) ровно 15 других отрезков? (*С. Иванов*)

7. Есть полоска 1×101. Двое ходят по очереди. За ход можно поставить плюс или минус в еще не заполненную клетку. Тот, кто поставил знак рядом с противоположным, проигрывает. Если этого не случилось, а вся полоска уже заполнена, то выигрывает второй. Докажите, что второй может обеспечить себе победу. (*С. Иванов*)

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2002 ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ
II ТУР. 8 КЛАСС.

---

1. В клубе встретились 20 джентльменов. Некоторые были в шляпах, а некоторые — нет. Время от времени один из джентльменов снимал с себя шляпу и надевал ее на одного из тех, у кого в этот момент шляпы не было. В конце 10 джентльменов подсчитали, что каждый из них отдавал шляпу больше раз, чем получал. Сколько джентльменов пришли в шляпах?

2. В ряд выписаны 5 различных натуральных чисел. Произведение любых двух чисел, стоящих подряд, является квадратом натурального числа. Первое число равно 42. Докажите, что хотя бы одно из чисел больше 1000.

3. Дан треугольник ABC. Точки A_1, B_1 и C_1 — середины сторон BC, AC и AB соответственно. На продолжении отрезка C_1B_1 отложен отрезок B_1K, по длине равный $BC/4$. Известно, что $AA_1 = BC$. Докажите, что $AB = BK$.

4. На плоскости нарисованы 30 отрезков. Никакие два из них не имеют общих точек и не лежат на одной прямой. Может ли быть так, что для каждого отрезка выполняется следующее условие: прямая, содержащая этот отрезок, пересекает (во внутренних точках) ровно 15 других отрезков? (*С. Иванов*)

. . . .

Олимпиада 2002 года. II тур. 8 класс. Выводная аудитория.

5. Внутри треугольника ABC на биссектрисе его угла B выбрана такая точка M, что $AM = AC$ и $\angle BCM = 30°$. Докажите, что $\angle AMB = 150°$. (*Ф. Петров*)

6. Дано натуральное число n. В интервале $(n^2, n^2 + n)$ выбраны различные натуральные числа a и b. Докажите, что в этом интервале нет натуральных делителей числа ab, отличных от a и b.

7. На доске 9×9 закрашено несколько клеток так, что от любой закрашенной клетки можно добраться до любой другой, двигаясь только по закрашенным клеткам и каждый раз переходя на соседнюю клетку через сторону. Докажите, что периметр закрашенной фигуры не превосходит 120. (Сторона клетки равна 1.)