

Вопросы к экзамену

На эти вопросы будем отвечать без подготовки, ничем не пользуясь. Возможна беседа по лекциям, домашним и контрольным работам.

Знать наизусть, уметь дать определение используемых величин

- Закон баланса сил в локальной форме
- Закон баланса моментов в локальной форме
- Закон баланса энергии в локальной форме
- Второе начало термодинамики в двух формах (в терминах энергии деформации/свободной энергии и энтропии), определение свободной энергии
- Неравенство Фурье
- Закон Фурье для линейной изотропной среды
- Определения тензоров формоизменения Φ , Φ_F , их главные свойства, что характеризуют
- Определение тензора линейных деформаций, его свойства в отношении материальной объективности

Знать наизусть

- Определяющие уравнения линейной изотропной упругой среды: $\boldsymbol{\tau}(\nabla \mathbf{u}^S)$ через параметры Ламе и $\nabla \mathbf{u}^S(\boldsymbol{\tau})$ через μ, ν (или E, ν — по выбору)
- Уравнения линейной изотропной упругой среды в перемещениях
- Дисперсионные соотношения для линейной теории упругости (в том числе изотропной)
- Соотношения Дюамеля – Неймана для линейного изотропного термоупругого материала
- Уравнения в перемещениях (баланс сил и уравнение теплопроводности) линейного изотропного термоупругого материала
- Уравнение Бельтрами – Митчелла (можно без внешних сил)
- Теоремы Клапейрона, Кирхгофа, Бетти, Максвелла
- Принцип Сен-Венана

Нелинейная теория упругости

- Какая часть напряжений в материале без кинематических ограничений возникает как реакция на отличие тензора формоизменения от единичного? Какая — на $\det \mathbf{G} - 1$?
- Можно ли налагать на материал любые кинематические ограничения, почему?
- Чем определяется давление в несжимаемом материале?
- Выписать на лист бумаги определяющие уравнения нелинейного упругого изотропного материала в терминах $\det \mathbf{G}$, Φ и в терминах инвариантов тензора \mathbf{G} (т.е. $\det \mathbf{G} = \det \mathbf{F}$, $I_2(\mathbf{G}) = I_2(\mathbf{F})$, $\text{tr } \mathbf{G} = \text{tr } \mathbf{F}$). Равны ли члены, зависящие от производной энергии деформации по $\det \mathbf{G}$? Как они связаны с давлением (если связаны)?
- Что такое материал с аддитивной энергией по Пальмову?
- Выписать на лист уравнения для материала Муни, полулинейного материала Джона и простейшего материала Пальмова. В чем их отличие и сходство? Каковы характерные особенности поведения для малых и больших деформаций?

Термоупругость

- Зачем для описания термоупругой среды используется второй закон термодинамики? Что и как мы из него получаем, почему нельзя получить все уравнения так же, как и для упругой среды в случае изотермических и адиабатических процессов?
- В какие законы термодинамики входит вектор теплового потока? Как писать для него определяющие уравнения? (От каких аргументов он может зависеть, чему должны эти уравнения удовлетворять?)
- Как записывается и что означает **неравенство** Фурье?
- Чем отличаются обратимые и необратимые процессы в термоупругой среде?
- От чего могут зависеть напряжения и энтропия в термоупругой среде, откуда брать для них уравнения, какие требования к ним предъявлять?
- От каких аргументов может зависеть свободная энергия? От каких характеристик процесса в материале не может? Почему?

Термоупругость

- Что такое **закон Фурье**? Как он записывается для линейной изотропной среды?
- Что такое уравнение теплопроводности, откуда оно берется?
- Что такое соотношения Дюамеля–Неймана? Как их получить?
- Каковы соотношения Дюамеля – Неймана для линейного изотропного термоупругого материала?
- В ответ на изменение температуры в линейном изотропном термоупругом материале возникают напряжения сдвига или давление (с каким-то знаком?)
- Откуда берутся уравнения в перемещениях для линейной изотропной термоупругой среды, каковы они?
- Какая форма у дисперсионных соотношений для упругих и температурных свободных колебаний в линейной изотропной среде, если пренебречь термоупругим взаимодействием?

Линейная упругая среда

- Какие условия нужно налагать на упругие константы, чтобы линейная изотропная упругая среда существовала? Откуда они берутся?
- Какие условия нужно налагать на упругие константы, чтобы энергия деформации линейной изотропной упругой среды была положительно определенной? Что влечет эта положительная определенность?
- Каков может быть коэффициент Пуассона у материала с положительно определенной энергией?
- Какой коэффициент Пуассона у несжимаемого материала?
- Что такое продольная волна и поперечная волна, какая из них быстрее в безграничной линейной упругой изотропной среде с положительно определенной энергией, свободной от внешних воздействий?
- Что такое силовые и кинематические граничные условия?

Линейная упругая среда

(знать, на какие законы опирается доказательство теорем)

- Что утверждает формула Клапейрона, для каких сред она верна, какие законы используются при доказательстве?
- Что утверждает теорема Кирхгофа о единственности решения статических задач линейной теории упругости? Могут ли существовать материалы, где она неверна?
- Написать уравнение Бельтрами – Митчелла. На какие законы опирается его вывод? Как записать равносильное утверждение в терминах деформаций?
- Что утверждает теорема Бетти о взаимности? Для каких сред она верна?
- Что такое тензор влияния? Зачем он нужен? Что случится с ним, если переставить местами точку наблюдения и точку прикладываемой силы?
- Что такое тензор Кельвина – Сомильяны? Какой у него вид (с точностью до умножения на константу?) Как убывают перемещения и напряжения вдали от приложенной силы в безграничном упругом линейном изотропном пространстве?

Задачи линейной изотропной теории упругости

- Что такое принцип Сен-Венана? Есть ли у него строгое доказательство? Всегда ли он верен?
- Сравните давление внутри линейного упругого образца и на его границах (в статике без объемных сил). На что опирается это утверждение?
- Правда ли, что давление внутри такого образца не может превышать нагрузку внешним давлением на его границах? С чем связано кажущееся противоречие?
- Как решать задачу о произвольном нагружении линейной упругой сферы (общий ход)?
- Каков вид тензоров напряжений для шара, нагруженного снаружи внешним постоянным по границе давлением, и для сферической полости в безграничном пространстве?
- Как можно решать задачу для сферически симметрично нагруженного шарового слоя?

Задачи линейной изотропной теории (термо)упругости

- Граница сферической полости в безграничном изотропном линейном термоупругом пространстве закреплена и поддерживается при постоянной температуре T_s . Возникнут ли деформации и напряжения сдвига в этой задаче, ведь температурные напряжения в такой среде — это только давление?
- Линейно упругий сплошной изотропный образец конечных размеров с положительно определенной энергией нагружен внешним давлением p_0 . Каково напряженное состояние внутри образца? Как это доказать?
- Круговой цилиндр нагружен внешним давлением по боковой поверхности, торцы свободны. Каково напряженное состояние в цилиндре?
- Длинная цилиндрическая полость в бесконечном пространстве нагружена постоянным давлением изнутри везде, кроме торцов. Каково напряженное состояние вдали от торцов (с точностью до константы)?
- Как решать задачу об осесимметричном нагружении давлением

Задачи линейной изотропной теории упругости

- Что такое задача Сен-Венана? На какие задачи ее можно разделить?
- Какая гипотеза принимается при решении задачи Сен-Венана? На какой принцип опираемся при оправдании такого решения?
- В каком смысле удовлетворяются граничные условия при поиске решения задачи Сен-Венана?
- В чем отличие решений задач Сен-Венана для кручения и для изгиба или растяжения?
- Остаются ли сечения длинного призматического стержня плоскими, если к его торцам приложить нагрузку, создающую только крутящий момент? Кто первый это показал? А если сечение — круг?