

Вопросы к экзамену

На эти вопросы нужно будет отвечать без подготовки во время беседы, ничем не пользуясь. Кроме того, возможна беседа по тексту лекций и по домашним и контрольным работам.

Тензорная алгебра

- Что такое векторный инвариант? Чему равен векторный инвариант тензора $\mathbf{a} \times \mathbf{E}$? А симметричного тензора? Как называется \mathbf{a} ?
- Как выразить симметричный тензор через его собственные числа и собственные векторы?
- Как выразить антисимметричный тензор через его сопутствующий вектор?
- Что такое инварианты тензора? Как они изменяются при повороте или отражении тензора?

- Чему равны след, второй инвариант и определитель симметричного тензора, если известны его собственные числа? Антисимметричного, если известен его сопутствующий вектор?
- $\mathbf{S} = S_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i$, $S_i \neq 0$. Чему равен \mathbf{S}^n , $n \in \mathbb{N}$?
- Правда ли, что $\mathbf{a} \times \mathbf{E} = \mathbf{E} \times \mathbf{a}$, и он антисимметричный?
- Каков геометрический смысл выражения $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$? Чему это равно для линейно зависимых векторов?
- Что такое тензор поворота? Тензор отражения?
- Как тензор поворота представить через угол θ и ось \mathbf{m} ?
- Что такое угловая скорость тензора поворота \mathbf{P} ?
- Найти угловую скорость поворота $\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_1$, если $\boldsymbol{\omega}_1$ — угловая скорость поворота \mathbf{P}_1 , $\boldsymbol{\omega}_2$ — угловая скорость поворота \mathbf{P}_2 .

Деформации

- Что такое тензор линейных деформаций?
- Что такое мера и тензор деформации Коши–Грина, мера и тензор деформации Альманси, мера деформации Фингера? Какие у них свойства?
- Какие условия нужно наложить на тензорное поле $\epsilon(\mathbf{R})$, чтобы тензор ϵ мог быть тензором линейных деформаций?
- Тензор линейных деформаций при малых жестких движениях остается неизменным или поворачивается жестким поворотом? Или ни то, ни другое?
- Что такое полярное разложение? Как входящие туда симметричные тензоры связаны с известными нам мерами деформации?

Законы баланса

- Что такое тензор напряжений? Зачем его вводить? Задается ли он только точкой или зависит от нормали к какой-то поверхности, проведенной через данную точку?
- При каких условиях мы можем описать внутренние силы в континууме при помощи тензора напряжений?
- Каким законам должны подчиняться уравнения сплошных сред?
- Как выглядит закон баланса сил в локальной форме? Что мы используем для его получения? Важно ли, что среда упругая?
- Как выглядит закон баланса моментов в локальной форме? Откуда его получать?
- Как выглядит закон баланса энергии в локальной форме для адиабатических процессов? Что использовано для получения такой формы?

Законы баланса и определяющие уравнения

- Для чего служит закон баланса энергии?
- Что такое определяющие уравнения?
- Что такое **гиперупругая** среда?
- Откуда мы в курсе получали определяющие уравнения?
- Каким требованиям должны удовлетворять определяющие уравнения?

Материальная объективность

- Что такое **материальная объективность**? **Принцип материальной объективности**?
- Каков принцип материальной объективности для линейных уравнений?
- Произвольной функцией каких аргументов (мер деформации, упругих тензоров) может быть внутренняя энергия U ?
- Верно ли, что любая изотропная функция материально объективных тензоров материально объективна? А анизотропная?

• Какие из тензоров \mathbf{G} , \mathbf{C} , \mathbf{U} , \mathbf{F} , \mathbf{V} , \mathbf{g} , \mathbf{A} , \mathbf{H} , $\overset{\circ}{\nabla}\mathbf{R}$, $\overset{\circ}{\nabla}\mathbf{u}$, $\nabla\mathbf{u}$, $\overset{\circ}{\nabla}\mathbf{u}^A$, $\nabla\mathbf{u}^A$, $\overset{\circ}{\nabla}\mathbf{u}^S$, $\nabla\mathbf{u}^S$ являются

- 1 материально объективными в нелинейном смысле
- 2 неизменными при жестких движениях в нелинейном смысле
- 3 материально объективными в линейном смысле
- 4 неизменными при жестких движениях в линейном смысле
- 5 меняющимися при жестких движениях, но не материально объективными в нелинейном смысле
- 6 линейными, меняющимися при жестких движениях, но не материально объективными в линейном смысле

Определяющие уравнения

- Мы используем уравнения, в которых энергия деформации зависит от меры деформации Коши–Грина \mathbf{G} или Фингера \mathbf{F} . Они симметричны, в них 6 независимых компонент. А в градиенте места $\overset{\circ}{\nabla}\mathbf{R}$ 9 независимых компонент. Почему мы забыли об этих трех компонентах? Можно ли их как-то учесть в упругой энергии?
- Корректна ли теория, в которой $\boldsymbol{\tau}$ является симметричной линейной изотропной функцией нелинейных материально объективных тензоров деформации?
- А нелинейной функцией тензора линейных деформаций?
- Как записывается определяющее уравнение для линейной упругой среды? Для линейной изотропной упругой среды? Рассматриваем нулевые начальные напряжения.
- Как записывается упругая энергия линейной упругой среды вблизи натурального состояния?

Свободные волны в трехмерной неограниченной линейной упругой среде

- Как записать уравнения в перемещениях для такой среды?
- Что такое свободные гармонические волны? В какой форме нужно искать решение уравнения? Что такое частота, волновое число, волновой вектор?
- Во что переходят производные по времени и пространству в этом случае?
- Что такое спектральная задача? Как она выглядит у нас?
- Что такое дисперсионное соотношение? Какие дисперсионные соотношения в линейной классической упругой безграничной трехмерной среде?
- Сколько ветвей у дисперсионного соотношения в нашем случае у анизотропной среды? У изотропной? Как они выглядят?
- Что такое недисперсивная среда?

- Что такое продольная волна (растяжения–сжатия) и поперечная волна (сдвига)? Какая из них быстрее, если коэффициенты Ламе положительны?